

# BEVEZETÉS A TOPOLOGIÁBA

5. gyakorlat, 2009. március 11.

Vértesi Vera <wera@szit.bme.hu>

<http://www.szit.bme.hu/~wera>

1.  $\partial A = \partial\partial A \cup (\text{int}\bar{A} - \text{int}A)$
2. Van-e olyan  $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  folytonos függvény, amely minden értéket (véges) páros sokszor vesz fel?
3. Bizonyítsd be, hogy létezik a Cantor-halmaz és a  $[0, 1]$  intervallum között bijekció.
4. Hol folytonos a  $C \rightarrow C \times C, 0, a_1a_2 \dots_{(3)} \mapsto (0, a_1a_3a_5 \dots_{(3)}, 0, a_2a_4a_6 \dots_{(3)})$  leképezés?
5. Le lehet-e rajzolni a síkra megszámlálhatónál több nyolcast?
6. Az  $A \subset \mathbb{R}$  halmaznak  $x \in \mathbb{R}$  kondenzációs pontja, ha  $x$  minden  $U$  környezetében megszámlálhatónál több  $A$ -beli pont van. Bizonyítsd be, hogy ha  $A$  nemmegszámlálható, akkor van kondenzációs pontja.
7. Metszik-e egymást a négyzet átlói (összefüggő részhalmaza a négyzetnek, mely két átellenes csúcsot tartalmaz)?
8. Metszik-e egymást a négyzet átlói (útösszefüggő részhalmaza a négyzetnek, mely két átellenes csúcsot tartalmaz)?

## Csomóelmélet

Egy vetület *3-színezése*, az összefüggő ívek egy olyan színezése 3 színnel, melyre minden kereszteződés vagy teljesen egyszínű, vagy 3 színű. Egy vetület *3-színezhető*, ha van nemtriviális 3-színezése.

9. Bizonyítsd be, hogy a 3-színezhetőség (sőt a 3-színezések száma is) csomóinvariáns. (azaz invariáns a Reidemeister lépésekre nézve)

Jelölje  $\tau(K)$  a  $K$  csomó különböző 3-színezéseinek számát.

10. Hány 3-színezése van a 3. példasoron szereplő csomóknak?
11.  $\tau(K)$  mindig osztható 3-mal.
12. (nehéz)  $\tau(K)$  3 hatvány.