

Tömegkiszolgálás zárthelyi

2015. május 21.

A megoldásokhoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

1. feladat. Tekintsük a következő játékot! Ha i Ft-ja van a játékosnak ($0 < i < N$), akkor p valószínűséggel nyer 1 Ft-ot, és $1 - p$ valószínűséggel veszít 1 Ft-ot ($0 < p < 1$). Ha 0 Ft-ja van, akkor $1 - p$ valószínűséggel nem változik a pénze és p valószínűséggel nyer 1 Ft-ot. Ha N Ft-ja van, akkor p valószínűséggel nem változik a vagyona, és $1 - p$ valószínűséggel veszít 1 Ft-ot. Írjuk fel az átmeneti mátrixot! Mikor stabil a Markov lánc?

2. feladat. Tegyük fel, hogy egy autót 0.5 valószínűséggel mosnak le egy adott percben (ugyanekkor valószínűséggel egyet sem mosnak le). Legyen 0.6 annak a valószínűsége, hogy egy adott percben nem érkezik új autó az autómosóba és 0.4 valószínűséggel egy autó érkezik. Mi a feltétele, hogy ne torlódjanak fel az autók? Igazolja, hogy stabilis a sorhossz!

3. feladat. A 2. feladatban mekkora a sorhossz várható értéke?

4. feladat. Mekkora a p paraméterű geometriai eloszlás várható értéke? Bizonyítsa be!

5. feladat. Adjon elégséges feltételt végtelen állapotú Markov-lánc stabilitására!