Tömegkiszolgálás zárthelyi

2004. november 23.

1. feladat. Egy bolha ugrál egy négyzet csúcspontjain az oldalélek mentén. A korábbi lépéseitől függetlenül, egyenletes eloszlás szerint választ a helyben maradás vagy valamelyik szomszédos csúcs közül. Mi annak a valószínűsége, hogy n lépés után ugyanott lesz, mint ahonnan elindult, ha $n \quad \infty$?

2. feladat. Tekintsük az alábbi átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot.

$$\mathbf{\Pi} \qquad \begin{array}{ccc} p & 1 & p \\ 1 & q & q \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{ccc} 0 & p & 1 \\ 0 & q & 1 \end{array}$$

A láncot a 0 állapotból indítva, határozzuk meg a 0 állapotba történő visszatérési idő várható értékét! Milyen eloszlású az 1 állapotban tartózkodás ideje?

3. feladat. Egy adatcsomagokat továbbító csatorna $\frac{1}{2}$ valószínűséggel áll rendelkezésre (azaz tud átküldeni csomagot egy időrésben). Új csomag p valószínűséggel érkezik egy időrésben. Írjuk fel a sorhossz átmenetvalószínűség-gráfját, ha a sorban tetszőlegesen sok csomag várakozhat! Milyen p értékek esetén lesz stabil a rendszer?

4. feladat. Az előző feladatban $p \quad \frac{1}{4}$ esetén mi lesz a sorhossz határeloszlása?

5. feladat. Egy tömegkiszolgálási rendszerbe az igények k különböző, egymástól független forrásból érkeznek, rendre $n_1 \; p \quad n_2 \; p \qquad n_k \; p$ paraméterű binomiális eloszlás szerint. Határozzuk meg generátorfüggvény segítségével, hogy a források milyen eloszlású egyetlen eredő forrással helyettesíthetők! (Az $n \; p$ paraméterű binomiális eloszlás generátorfüggvénye $1 \quad p \quad pz^{\;n}$.)