

# Tömegkiszolgálás zárthelyi

2004. április 26.

---

A megoldásokhoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

---

**1. feladat.** Dobjunk egy szabályos dobókockával  $n$ -szer egymás után, és tegyük fel, hogy a dobások egymástól függetlenek. Legyen  $X_n$  az  $n$  dobás során kapott értékek összege. Számítsuk ki a következő határértéket:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P} X_n \text{ osztható } 2004\text{-gyel}$$

**2. feladat.** Tekintsük az alábbi átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot.

$$\mathbf{P} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{array}$$

A láncot a 0 állapotból indítva, határozzuk meg a 0 állapotba történő visszatérési idő várható értékét! Milyen eloszlású az 1 állapotban tartózkodás ideje?

**3. feladat.** Milyen  $p$  esetén lesz a következő átmenetvalószínűség-mátrixszal adott végtelen állapotú Markov-lánc stabil? Adjunk elégséges feltételt!

$$\mathbf{P} \begin{array}{cccccc} 1 & 2p & 2p & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3p & p & 2p & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3p & p & 2p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3p & p & 2p \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{array}$$

**4. feladat.** Mi az előző feladatban megadott végtelen állapotú Markov-lánc határeloszlása stabilitás esetén?

**5. feladat.** Mikor nevezünk egy Markov-láncot irreducibilisnek? Mikor nevezünk egy Markov-láncot aperiodikusnak?