

# Információelmélet p-tz-rhelyi

2009. november 5.

---

A megoldásokhoz részletes indoklást kérünk. Minden eladason elhangzott vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

---

**1. feladat.** Tegyük fel, hogy az  $X$  valószínűségi vektor eloszlása  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ , de ez az eloszlás nem pontosan ismert, helyette a  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$  eloszlás adott, és ennek ismeretében készítsünk Shannon–Fano kódot, melynek kódszóhossz-száigai tehát  $l_i = \lceil \log \frac{1}{q_i} \rceil$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Mutassa meg, hogy a kapott kód átlagos kódszóhossza

$$H(\mathbf{p}) + D(\mathbf{p}|\mathbf{q}) \leq \sum_{i=1}^n p_i l_i < H(\mathbf{p}) + D(\mathbf{p}|\mathbf{q}) + 1$$

teljesül, ahol

$$D(\mathbf{p}|\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i}.$$

**2. feladat.** Legyenek  $X, Y$  és  $Z$  tetszőleges (véges értékű) valószínűségi vektorok. Bizonyítsa be a következő egyenlőtlenségeket:

- $H(X, Y|Z) \geq H(X|Z)$ ,
- $H(X, Y, Z) - H(X, Y) \leq H(X, Z) - H(X)$ .

**3. feladat.** Legyenek  $Z_1$  és  $Z_2$  bináris valószínűségi vektorok, a következő táblázatban adott együttes eloszlással:

	$Z_1 = 0$	$Z_1 = 1$
$Z_2 = 0$	0.4	0.1
$Z_2 = 1$	0.2	0.3

Számítsa ki  $H(Z_2|Z_1)$ -et!

**4. feladat.** Legyenek a  $\mathbb{Z}$  stacionárius Markov-láncc állapotai a  $0, 1, \dots, 255$  számok, és tegyük fel, hogy az állapotátmenet-vektorok az alábbi  $256 \times 256$  mátrixszal vannak megadva (A mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik oszlopában a  $\mathbf{P}\{Z_2 = j|Z_1 = i\}$  valószínűség található). Mennyi a forrás entrópiája?

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

**5. feladat.** Az előző feladatban adott forráshoz készítsen  $j$ -es, egyértelműen dekódolható, vektoros szóhossz-szerű blokk-kódot!