

Az I. fejezet feladatai

Kulcsszavak: véletlen kísérlet, esemény, eseményalgebra, valószínűség, feltételes valószínűség, események függetlensége, klasszikus valószínűség, geometriai valószínűség.

- I.1 Legyen $A, B \in \mathfrak{F}$ azaz legyen A, B tetszőleges esemény. Adja meg a legbővebb olyan C eseményt, melyre $A \cdot C \equiv A \cdot B$ teljesül!
- I.2 Legyen $A, B \in \mathfrak{F}$. Adja meg az A, B -t tartalmazó legszűkebb σ -algebrát!
- I.3 Legyen $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathfrak{F}$. Bizonyítsa be, hogy $\mathbf{P}(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) \geq \mathbf{P}(A_1) + \mathbf{P}(A_2) + \dots + \mathbf{P}(A_n) - (n - 1)$.
- I.4 Bizonyítsa be, hogy minden $A, B \in \mathfrak{F}$ esetén $|\mathbf{P}(AB) - \mathbf{P}(AC)| \leq \mathbf{P}(B \Delta C)$, ahol $B \Delta C = B\bar{C} + \bar{B}C$!
- I.5 Bizonyítsa be, hogy minden $A, B \in \mathfrak{F}$ esetén $-\frac{1}{4} \leq \mathbf{P}(AB) - \mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B) \leq \frac{1}{4}$!
- I.6 a.) Bizonyítsa be, hogy minden $A, B \in \mathfrak{F}$ esetén $\mathbf{P}(AB)\mathbf{P}(\bar{A}\bar{B}) \leq \frac{1}{4}$!
b.) Mutassa meg, hogy tetszőleges A, B, C eseményekre $|\mathbf{P}(AB) - \mathbf{P}(AC)| \leq \mathbf{P}(\bar{B}C + \bar{B}\bar{C})$!
- I.7 a.) Bizonyítsa be, hogy minden $A, B \in \mathfrak{F}$ esetén $\mathbf{P}(A \Delta B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - 2\mathbf{P}(AB)$!
b.) Igazolja, hogy tetszőleges A, B eseményekre $\mathbf{P}^2(A + B) + \mathbf{P}^2(A \cdot B) = \mathbf{P}^2(A) + \mathbf{P}^2(B) + 2\mathbf{P}(A \cdot \bar{B})\mathbf{P}(B \cdot \bar{A})$!
- I.8 a.) Bizonyítsa be, hogy minden $A, B, C \in \mathfrak{F}$ esetén $\mathbf{P}(AB) + \mathbf{P}(AC) - \mathbf{P}(BC) \leq \mathbf{P}(A)$!
b.) Igazolja, hogy tetszőleges A, B, C eseményekre $\mathbf{P}(A \setminus B \bar{C}) + \mathbf{P}(AC \setminus B) = \mathbf{P}(A \setminus B) + \mathbf{P}(AC)$!
- I.9 Bizonyítsa be, hogy minden $A, B, C \in \mathfrak{F}$ esetén $\mathbf{P}(A + B + C) - \mathbf{P}(ABC) \geq \mathbf{P}(B \Delta C)$!
- I.10 Bizonyítsa be, hogy minden $A, B, C \in \mathfrak{F}$ esetén $\mathbf{P}(A \Delta B) \leq \mathbf{P}(A \Delta C) + \mathbf{P}(B \Delta C)$!
- I.11 Bizonyítsa be, hogyha $\mathbf{P}(A) = 0,9$ és $\mathbf{P}(B) = 0,8$, akkor $\mathbf{P}(AB) \geq 0,7$!
- I.12 A K kísérlet abban áll, hogy véletlenszerűen kiválasztunk egy n elemű permutációt. Ezt megtehetjük pl. úgy, ha egy kalapból egymás után -visszatevés nélkül- kivesszük a számokat tartalmazó cédulákat. Jelentse A_{ij} azt az eseményt, amikor a kiválasztott permutációban az i -edik elem a j -edik helyen áll. Fejezze ki A_{ij} -k segítségével az alábbi eseményeket:
 A : „az első elem a másodiktól balra áll”,
 B : „az első elem sorszáma legfeljebb j ”.
- I.13 Legyenek $A_1, A_2, \dots, A_n \in \mathfrak{F}$ és $A = \sum_{i=1}^n A_i$. Állítsuk elő A -t egymást kizáró események összegeként!
- I.14 Egy egyetemi évfolyamon a lányok közül 60-nak a haja barna, 40-nek a haja és a szeme is barna, 110 lánynak a haja és a szeme közül legalább az egyik barna. Hány barnaszemű lány van az évfolyamon?
- I.15 Egy kávéautomata 100 Ft-os érmével működik. Egy tetszőleges 100 Ft-os érmét 0,98-as valószínűséggel fogad el. Az automata kijelzője mutatja, hogy még 4 adag kávé van benne. Négyen állnak az automata előtt 1-1 db 100 Ft-os érmével a kezükben, amikor odaérkezem. Mekkora a valószínűsége, hogy én iszom a 4 adag közül az elsőt?
- I.16 Három kockával dobunk. A : „az összeg 7”, B : „mindegyik páros”, C : „van közöttük hármas”. Számolja ki a $\mathbf{P}(A \cdot (B + \bar{C}))$ és $\mathbf{P}((A + C)\bar{B})$ valószínűségeket!
- I.17 Az ötöslottó (90/5) esetében, melyik lottózám lesz a legnagyobb valószínűséggel a második legnagyobb kihúzott szám?
- I.18 Az ötöslottó esetében mennyi a valószínűsége annak, hogy a következő heti lottózámok legnagyobbika kisebb lesz, mint a rákövetkező hét kihúzott számainak legkisebbike?
- I.19 Mennyi a valószínűsége annak, hogy a lottón a kihúzott öt szám közül nagyság szerint a középső 50-nél kisebb?
- I.20 Egy sakktablán találmra elhelyezünk 8 bástyát. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a bástyák nem ütnek egymást?
- I.21 Egy sakktablán ha elhelyezünk nyolc fehér futót, akkor milyen valószínűséggel nem fogják egymást ütni?
- I.22 Feldobunk egyszerre n szabályos dobókockát. Mennyi a valószínűsége annak, hogy
 A : az összes kockával ugyanazt az értéket kapjuk?
 B : legalább egy hatost dobunk?
 C : pontosan egy hatost dobunk?
- I.23 Egy urnában a darab fehér és b darab fekete golyó van. ($a, b \geq 2$). Visszatevés nélkül kivesszünk két golyót az urnából. Mennyi a valószínűsége annak, hogy

- A : a két golyó azonos színű?
 B : a két golyó különböző színű?
- I.24 Harminc számozott golyót rakunk szét nyolc különböző ládába. (Az elhelyezéskor bármelyik golyót ugyanakkora valószínűséggel tehetünk bármelyik ládába.) Keressük meg annak az elhelyezésnek a valószínűségét, amelynél három láda üres, kettőben három golyó van, kettőben hat és egyben 12 db golyó kerül!
- I.25 Tekintsük az összes olyan n hosszúságú sorozatot, amelyek 0, 1, 2 számokból állnak. Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy egy véletlenül választott ilyen sorozat:
 A : 0-val kezdődik;
 B : pontosan $m + 2$ db 0-át tartalmaz, melyek közül kettő a sorozat végén van;
 C : pontosan m db 1-est tartalmaz;
 D : pontosan m_0 db 0-át, m_1 db 1-est és m_2 db 2-est tartalmaz.
- I.26 Ketten pénzfeladobással játszanak. András nyer, ha egy szabályos érme dobási sorozatában három fej hamarabb következik, mint fej-írás-fej sorozat. Viszont Béla a nyerő, ha mindez fordítva történik, azaz a fej-írás-fej sorozat előbb jön mint fej-fej-fej. Egyenlők a játék nyeresési esélyei? Milyen legyen a fej dobásának p valószínűsége, hogy a játék „fair” legyen?
- I.27 Legyen A az az esemény, hogy lottóhúzásnál mindegyik kihúzott szám nem nagyobb mint 50, és B pedig az az esemény, hogy mindegyik kihúzott szám páros. Számoljuk ki a $\mathbf{P}(A)$, $\mathbf{P}(B)$, $\mathbf{P}(AB)$, $\mathbf{P}(A + B)$ valószínűségeket!
- I.28 Mennyi a valószínűsége annak, hogy a lottóhúzásnál a kihúzott legnagyobb és legkisebb szám különbsége éppen k ? ($4 \leq k \leq 89$).
- I.29 Egy üres téglalap alakú szobában, melynek falai 10 és 5 méter hosszúak, leejtünk egy golyót. Mennyi a valószínűsége, hogy a golyó egy olyan pontban fog megállni, amely közelebb van a szoba egy sarkához, mint a szoba középpontjához?
- I.30 Egy 10 cm oldalhosszúságú négyzetrácsos hálózatra leejtünk egy 3 cm átmérőjű kör alakú pénzdarabot. Mennyi a valószínűsége, hogy a pénzdarab egy négyzet csúcsát fedi le?
- I.31 Egy 20 cm oldalhosszúságú négyzetrácsos padlózatra ledobunk egy 2 cm élhosszúságú játékkockát. Mennyi a valószínűsége, hogy a kocka teljes területével a padlózat egy négyzetében lesz?
- I.32 Mennyi a valószínűsége, hogy egy egységnyi szakaszt véletlenszerűen három részre törünk, a keletkező szakaszokból hegyesszögű háromszög szerkeszthető?
- I.33 Az $ABCD$ négyzetben találomra választunk egy P pontot. Mennyi a valószínűsége, hogy P közelebb lesz az AB oldalhoz, mint a négyzet középpontjához?
- I.34 Egy d szélességű lécekből álló padlózatra ledobunk egy $s = 2d$ hosszúságú tűt. Mennyi a valószínűsége, hogy a tű két padlórest fog egyszerre metszeni?
- I.35 Az egységkör területén véletlenszerűen kiválasztunk három pontot: A, B és C -t. Mennyi a valószínűsége, hogy a BAC szög nagyobb lesz 60° -nál?
- I.36 Legyen $P = (a, b)$ az egységnégyzet egy véletlenül kiválasztott pontja és $p(x) = \frac{1}{3}x^3 - a^2x + b$ egy harmadfokú polinom. Mennyi a valószínűsége, hogy $p(x)$ -nek pontosan egy, illetve pontosan három valós gyöke van?
- I.37 Találomra kiválasztunk egy P pontot az egységkör területén, majd egy Q pontot a körlapon. Mennyi a valószínűsége, hogy a QP szakasz hossza nagyobb mint 1?
- I.38 A $(0, 2)$ és $(0, 3)$ szakaszokon választunk találomra egy-egy pontot, legyenek ezek x és y . Mennyi a valószínűsége, hogy az x, y és 1 hosszúságú szakaszokból szerkeszthető háromszög?
- I.39 A $[0, 1]$ intervallumon találomra kiválasztunk két számot. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyik szám több mint kétszerese lesz a másiknak?
- I.40 Válasszunk ki egy x és egy y pontot az egységintervallumban! Tekintsük azt a téglalapot, melynek oldalhosszai x és y . Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkező téglalap kerülete nagyobb mint 2 és területe kisebb mint $0,25$?
- I.41 Vegyünk egy véletlen $P = (a, b)$ pontot az egységnégyzetből. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a $p(x) = ax^2 - 2bx + 1$ polinómnak nincs valós gyöke?
- I.42 Egy urnában b darab fekete és r darab fehér golyó van. véletlenszerűen kihúznak egy golyót. A kihúzott golyót és még ugyanolyan színűből c darabot visszatesznek az urnába. Ezt megesszük egymás után n -szer. Igazolja, hogy ezek után, a fekete golyó kihúzásának valószínűsége $\frac{b}{b+r}$!
- I.43 Magyar kártyával huszonegyezünk. A kártya értékei: alsó=2, felső=3, király=4, hetes=7, nyolcas=nyolc, kilences=9, tízes=10, ász=11. Mennyi a valószínűsége, hogy 21-et húzunk, ha a 19-et elértük az ötödik húzás után?
- I.44 Egy kalapban tíz cédula van, melyekre a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek vannak felírva. Visszatevéssel kiveszünk két cédulát. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a számjegyek összege i , feltéve, hogy a számjegyek szorzata nem nulla? ($i = 0, 1, \dots, 18$).
- I.45 Először feldobunk egy szabályos érmét. Ha *fej*, egyszer, ha *írás* kétszer dobunk fel egy szabályos dobókockát. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz hatos?
- I.46 Egy rekeszben 15 teniszlabda van, melyek közül 9 még használatlan. Három játékhoz kiveszünk találomra három labdát, majd a játék után visszarakjuk azokat a rekeszbe. (Nyilván, ha volt közöttük használatlan, az a játék során elveszti ezt a tulajdonságát.) Mennyi a valószínűsége annak, mindhárom kivételhez 1 új és 2 használt labda kerül a kezünkbe?

- I.47 Egy szövegszerkesztő a karaktereket 7 bitbe kódolja, és ezt egy paritásbittel egészíti ki úgy, hogy az 1-ek száma páros legyen. Teszi ezt azért, hogy páratlan paritással hibázást észlelni tudjon. Tegyük fel, hogy nyolc bitet egy olyan csatornán küldi át, amely egy bitet $\frac{1}{10}$ valószínűséggel ront el. Milyen valószínűséggel kapunk a kimeneten úgy nyolc bitet, hogy az hibás, de mégsem tudjuk azt észlelni?
- I.48 A vizsgázók 75%-a A szakos, 15%-a B szakos és 10%-a C szakos. Annak az eseménynek a valószínűsége, hogy egy hallgató ötöst kap, az A szakosok esetében 0,4, a B szakosoknál 0,7, és a C szakosoknál 0,6. Ha egy személyről tudjuk, hogy ötösre vizsgázott, akkor milyen valószínűséggel lehet A, B illetve C szakos?
- I.49 Három egyforma doboz közül kettőben 2 piros, egyben 1 piros és 1 fehér golyó van. véletlenszerűen kiválasztunk egy dobozt, és abból egy golyót. Ha ez piros, mennyi a valószínűsége, hogy a dobozban maradó golyó színe fehér?
- I.50 Egy szabályos kockát addig dobunk fel újra és újra, amíg először hatost nem kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy eközben pontosan egyszer dobunk egyest?
- I.51 Egyetlen számmal lottózik. Számaim között a 40-es a középső. Az alábbi három esemény esetleges bekövetkezése közül melyik növeli jobban az ötös találatom feltételes valószínűségét?
 A : „az első kihúzott szám a 40-es”,
 B : „kihúzták a 40-es számot”,
 C : „a 40-es szám a kihúzott számok között a harmadik”.
- I.52 Egy szabályos dobókockával addig dobok, amíg ötöst nem kapok. Mennyi a valószínűsége, hogy ezalatt nem dobunk hatost?
- I.53 Bizonyítsa be, ha A, B, C teljesen független események, akkor az $A + B$ esemény független \bar{C} -től!
- I.54 Két konkurens üzletben halat árulnak. Az „ A ” árus aszerint alakítja ki az árakat, hogy a „ B ” árus az előző nap mennyiért adta a halat. Reggelente ugyanis feldob egy kockát, és ha hatost kap, akkor alámegy 10%-al a „ B ” árus tegnapi árának. Viszont, ha nem hatost kap, akkor ugyanazt írja ki ma reggel, amiért a konkurense tegnap árult. „ B ” később nyit. Neki az a szokása, hogy feldob egy pénzdarabot, és ha *fej* annak az árnak, amit az „ A ” kirakatában lát, veszi a 120%-át, ha *írás* akkor pedig a 80%-át és aznap azon az árfolyamon fog árulni. Ha „ B ” vasárnap 10 rúpiáért árulta a halat, mennyi a valószínűsége annak, hogy kedden „ A ” is legalább 10 rúpiáért fogja árulni?
- I.55 A 19, 26, 54, 89, 90 számokat játszottuk meg a lottón. Legyen A az az esemény, hogy az első két számot el fogjuk találni, B pedig az, hogy legalább három találatunk lesz. $P(A + B) = ?$
- I.56 Kiválasztunk véletlenszerűen egy pontot az egységnégyzetben. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a pont közelebb van egy oldalhoz, mint a középponthoz? (V.ö. az I. 33 feladattal!)
- I.57 a.) András, Béla és Csaba sorsot húznak. Névsor szerint haladva visszatevés nélkül kivesszük egy-egy golyót egy dobozból, melyben eredetileg két fehér és egy fekete színű golyó volt. Az veszít, aki a feketét húzza. A húzást addig folytatják, amíg valakihez nem kerül a fekete golyó. Kinek mennyi rá az esélye?
b.) Mi a feladat megoldása, ha a dobozban eredetileg 5 fehér és egy fekete golyó volt?
c.) Mi a megoldás 7 fehér és egy fekete golyó esetében?
- I.58 Az egységnégyzeten kiválasztunk egy P pontot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy P közelebb van a négyzet egy átlójához, mint egy középvonalához?
- I.59 Nyári akció során söröskupakokba helyeztek egy-egy színes karikát az olimpiai szimbólumból, mind az öt színből összesen ugyanannyit. Ha valakinek összegyűlik mind az öt karikából legalább egy, akkor részt vehet egy sorsoláson. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a pályázáshoz k kupakra van szükség?
- I.60 Egy dobozban 100 dobókocka van. Külsőre mind egyformák, de az egyik hamis: mindig hatost dobunk vele. A többi 99 szabályos. Találomra kivéve egyet, legalább hányszor kell vele dobnom, hogy 90%-ig biztos lehessen benne, hogy egy szabályos kockát vettem ki?
- I.61 Egy 10x10 cm-es négyzetrácsos hálózatra ledobunk 10 db 2 cm *átmérőjű* pénzdarabot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a pénzek között lesz olyan, amelyik lefedi valamelyik négyzet csúcsát? (V.ö. az I. 30 feladattal!)
- I.62 Egy teherautó 100 láda tojást szállít, mindegyik ládában pontosan 1000 tojással. Szállításkor minden tojás 0,001 valószínűséggel összetörhet (a többitől függetlenül). A megrendelő akkor vesz át egy ládát a szállítótól, ha a ládában lévő összetört tojások száma nem haladja meg a 10-et. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb két ládát nem fognak átvenni?
- I.63 Az egységnégyzeten egymástól függetlenül kiválasztunk 10 pontot. Ezek közül vegyük azt, amelyik legközelebb esik az origóhoz. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ez a legrövidebb távolság $\frac{1}{2}$ -nél kisebb?
- I.64 Az ötöslottó esetében mennyi a valószínűsége annak, hogy több négyzet osztható lottószámot húznak ki, mint hárommal oszthatót?
- I.65 Sörös Ivó a nap kétharmadát a falu valamelyik vendéglátóipari egységében tölti. Az öt kocsmában átlagosan mindegyikben ugyanannyi időt tölt el. Egy fontos üzenetet akarunk neki átadni, sorra vesszük tehát a lehetséges helyszíneket. Már négy kocsmában voltunk, de egyikben sem volt. Mekkora valószínűséggel találjuk meg az ötödik kocsmában?
- I.66 A 32 lapos magyar kártyacsomagból kihúzzunk hat lapot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy e hat lap között mind a négy szín előfordul?
- I.67 Három kockával dobunk. Feltéve, hogy a dobott számok között nincsen két egyforma, mennyi a valószínűsége,

- hogy legalább az egyikén hatos van?
- I.68 Négyyszer feldobunk egy szabályos pénzérmét.
 A : az első két dobás fej,
 B : az utolsó két dobás írás,
 C : az első dobás megegyezik az utolsóval.
 Számolja ki a $\mathbf{P}(A + B \mid C + B)$ feltételes valószínűséget!
- I.69 Két kockával addig dobunk egyszerre, amíg mindkét érték azonos nem lesz. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb tízszer kell dobni?
- I.70 Egy dobozban összesen 1000 fehér és fekete golyó van. Nem ismert a fehér és fekete golyók aránya. Visszatevés nélkül kivettünk 100 golyót, és azt tapasztaltuk, hogy közöttük 72 fekete és 28 fehér volt. Mekkora ekkor annak a feltételes valószínűsége, hogy a fekete és fehér golyók aránya eredetileg 7:3 volt?
- I.71 Egy lakótelepen csótányirtást végeztek. Az első vegykezelés még a csótányok 60%-át irtja ki, de utána a csótányok egyre inkább immunissá válnak, így másodszor már csak 40%-uk, harmadszor pedig csak 20%-uk pusztul el. Mennyi a valószínűsége, hogy egy megjelölt csótány
 (a) átvészeli a teljes eljárást?
 (b) az utolsó irtáskor pusztul el?
 (c) túléli a kezelést, ha az első kezelés után még látták élve?
- I.72 Igazolja, hogyha $\mathbf{P}(A) = 0,8$ és $\mathbf{P}(B) = 0,9$, akkor $\frac{7}{9} \leq \mathbf{P}(A \mid B) \leq \frac{8}{9}$!
- I.73 Legyenek $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(B) = p$. Tegyük fel, hogy A és B függetlenek. Határozza meg annak az eseménynek a valószínűségét, hogy az A és B közül csak az egyik fog bekövetkezni!
- I.74 Az I. dobozban egy piros és egy fehér, a II. dobozban két piros és egy fehér golyó van. Feldobnak egy kockát. Ha a dobás eredménye nem nagyobb, mint kettő, a II. dobozból, különben az I. dobozból húznak ki két golyót visszatevéssel. Ha tudjuk, hogy mindkétszer pirosat húznak, akkor melyik dobozból húzásnak nagyobb a feltételes valószínűsége?
- I.75 Valaki addig dob ismételtlen egy kockával, amíg két egymás utáni dobás azonos nem lesz. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ehhez 6 dobásra van szüksége?
- I.76 Egy 5 cm-es szakaszon véletlenszerűen megjelölünk két pontot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a keletkező három szakasz között lesz 1 cm-nél rövidebb is?
- I.77 Igazolja, hogy tetszőleges A, B, C eseményre
 $\mathbf{P}(A + B + C) + (1 - \mathbf{P}(A)) \cdot (1 - \mathbf{P}(B \mid \bar{A})) \cdot (1 - \mathbf{P}(C \mid \bar{B} \cdot \bar{A})) = 1$.
- I.78 Három kockával dobunk. Ha 12 lesz az összeg, akkor mekkora valószínűséggel lesz a dobott értékek között hatos?
- I.79 Hány véletlenszerűen kiválasztott emberre van ahhoz szükség, hogy közülük legalább egynek legalább 1/2 valószínűséggel ugyanaznap legyen a születésnapja, mint nekem?
- I.80 Van-e olyan A és B esemény, ahol $\mathbf{P}(A \mid B) \geq 0,9$ és $\mathbf{P}(B \mid A) \geq 0,1$?
- I.81 Nem tudom, hogy egy dobozban mennyi fekete és mennyi fehér golyó van, csak azt, hogy van 6 piros golyó is benne. Megmondták, hogy a „fehéret vagy feketét húzok” eseménynek $\frac{3}{5}$, a „pirosat vagy feketét húzok” eseménynek pedig $\frac{2}{3}$ a valószínűsége. Mennyi fehér golyó van a dobozban?
- I.82 Egy bináris csatornán $\frac{1}{3}$ valószínűséggel adnak A jelet és $\frac{2}{3}$ valószínűséggel B jelet. Az A -t 11111-el, a B -t 00000-el kódolják. A zajos csatornán átküldve a jeleket, minden bit a többitől függetlenül 0,6 valószínűséggel az ellenkezőjére változhat. A vételi oldalon úgy dekódnak, hogyha az öt vett jelben több az 1-es A -t, különben B -t vesznek. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a vételi oldalon helyesen dekódnak a jeleket?
- I.83 Egy gépjármű-biztosítótársaság az ügyfeleit három osztályba sorolja: jó vezető, átlagos vezető, rossz vezető. A társaság tapasztalata alapján a jó, átlagos és rossz vezetők 0,05, 0,15, illetve 0,3 eséllyel lesznek baleset részesei egy év alatt. Hogyha az ügyfelek 20%-a jó vezető, 50%-a átlagos vezető, és 30%-a rossz vezető, hány százalékkal lesz baleset részese a jövő év folyamán? Hogyha egy adott ügyfélnek nem volt tavaly balesete, milyen valószínűséggel jó, átlagos illetve rossz vezető?
- I.84 Egy 10 cm szélességű deszkalapokból készített padlózatra leejtünk tíz 5 cm hosszúságú tűt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy közülük éppen kettő fog metszeni padlórést? (V.ö. az I34 feladattal!)
- I.85 Bizonyítsa be, ha az A, B eseményekre teljesül $\mathbf{P}(A), \mathbf{P}(B) \geq 0,85$, akkor $\mathbf{P}(AB) \geq 0,7$.
- I.86 Egy szórakozott polgár elfelejtette bankkártyájának személyi azonosító (PIN) kódját, csak abban biztos, hogy a négy számjegy között pontosan két hármast volt, és az első jegy biztosan nem a nulla volt. Ha tíz másodpercenként beüt egy lehetséges variációt, akkor mennyi az esélye annak, hogy egy órán belül eltalálja a helyes azonosító számot?
- I.87 Igazolja, hogy tetszőleges A, B események esetén
 $4\mathbf{P}(AB)(1 - \mathbf{P}(A + B)) \leq 1$.
- I.88 Két urna közül az egyikben 5 fekete és 7 fehér, a másikban 3 fekete és 8 fehér golyó van. Az elsőből találmra átrakunk egyet a másodikba, majd onnan találmra vissza veszünk egyet. Megint az elsőből húzva, mennyi a valószínűsége a fehérnek?
- I.89 a.) Az ötöslottó esetében mekkora valószínűséggel lesz 13 a legkisebb kihúzott lottószám?
 b.) Mekkora valószínűséggel esik a legnagyobb kihúzott lottószám 80 és 90 közé (a 80-at és a 90-et is beszámítva)?

- c.) Mekkora valószínűséggel esik a legkisebb kihúzott lottószám 10 és 20 közé (a 10-et és a 20-at is beszámítva)?
- I.90 Két szabályos kockával dobunk. Független-e az alábbi két esemény: a dobott számok összege páros illetve a két szám különbsége abszolút értékben legalább három?
- I.91 Eddig tízszer dobtuk fel a szabályos dobókockát, és egyszer sem kaptunk hatost. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a következő tíz dobás során sem kapok hatost?
- I.92 Kétszer egymás után feldobunk egy szabályos pénzérmét. A az az esemény, hogy elsőre fejet dobunk, B az az esemény, hogy másodikkra dobunk fejet, C pedig, hogy a dobások egyezők. Bizonyítsa be, hogy az $\{A, B, C\}$ eseményrendszer bár páronként független eseményekből áll, teljesen nem független!
- I.93 Egy zajos bináris csatornán az A és B betűkből álló üzenetsorozatokat küldenek át. Az A betűt 000-val a B betűt 111-el kódolják. Az A és B betűk aránya a küldeményben 3:4. A 0 digit 0,2, az 1 digit 0,3 valószínűséggel az ellenkezőjére vált át a csatornában. A vételi oldalon a dekódolásnál a többségi elvet alkalmazzák: pl. egy háromdigitos sorozatot A betűnek értelmeznek, ha a nullák száma legalább kettő. Mennyi a hibás dekódolás valószínűsége?
- I.94 Igazolja, hogy tetszőleges A, B, C eseményekre $\mathbf{P}(AB) + \mathbf{P}(AC) \leq \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(BC)$!
- I.95 Bizonyítsa be, ha az A, B eseményekre $0,7 = \mathbf{P}(B) \leq \mathbf{P}(A)$ teljesül, akkor $0,57 < \mathbf{P}(A | B)$!
- I.96 a.) Az A, B , és C városok között a következő utak épültek: $A - B$, $A - C$, $B - C$. Egy téli éjszakán mindhárom utat egymástól függetlenül p valószínűséggel eltorlaszolja a hó. Mennyi a valószínűsége, hogy másnap reggel valamilyen úton el lehet jutni A -ból C -be?
b.) Az A, B , és C városok között a következő utak épültek: $A - B$, $A - B$ egy másik nyomvonalon is, $B - C$. Egy téli éjszakán mindhárom utat egymástól függetlenül q valószínűséggel eltorlaszolja a hó. Mi a valószínűsége, hogy másnap reggel valamilyen úton el lehet jutni A -ból C -be?
- I.97 Legalább hányszor kell feldobni két szabályos dobókockát ahhoz, hogy legalább 90%-os valószínűséggel kapjunk dupla hatost a dobássorozatban?
- I.98 Tekintsük a 90/5 lottóhúzás véletlen kísérletét! Legyen A az az esemény, hogy a legkisebb kihúzott szám sem kisebb 50-nél, B pedig az az esemény legyen, hogy midegyik kihúzott szám páratlan lesz. Számolja ki a $\mathbf{P}(A + B)$ valószínűséget!
- I.99 Legyenek az A és B független események, C pedig mindkettőjüket kizáró esemény. $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(B) = \mathbf{P}(C) = \frac{1}{3}$. $\mathbf{P}(\bar{A} + B + C) = ?$
- I.100 András is és Béla is dob két kockával. András összeadja, Béla összeszorozza az általa kapott értékeket.
a.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy András kap nagyobb számot?
b.) Mi a válasz akkor, ha a dupla kockával csak egyet dobnak, és abból határozzák meg a győztest?
- I.101 Egy 1 cm-es szakaszon kiválasztunk két pontot. A két pont a szakaszt három részre osztja. Mennyi annak a valószínűsége, hogy lesz olyan szakasz, ami legalább kétszerese egy másiknak?
- I.102 Legalább hány szabályos érmét kell feldobni ahhoz, hogy 0,9-nél na gyobb valószínűséggel legyen köztük fej?
- I.103 Legyen A, B két esemény, amelyre $2\mathbf{P}(A) = 2\mathbf{P}(A | B) = \mathbf{P}(B | A) = \frac{1}{2}$. Számítsa ki $\mathbf{P}(A + B)$ -t!
- I.104 Feldobunk egy szabályos kockát, majd a dobott értéknek megfelelő számú lapot visszatevés nélkül kihúzunk a 32 lapos magyar kártyacsomagból. Mennyi a valószínűsége, hogy a kihúzott lapok között lesz ász?
- I.105 Minimum hány lapot kell kihúzni a 32 lapos kártyacsomagból visszatevés nélkül, hogy 90%-os valószínűséggel legyen közöttük ász?
- I.106 A 00000 és a 99999 számok között találmra kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége, hogy
 A : minden számjegy különböző lesz;
 B : minden számjegy egyforma;
 C : csak két számjegy egyezik meg;
 D : három-kettő számjegy egyezik.
- I.107 Mennyi a valószínűsége, hogy az ötöslottó húzásnál
 A : a kihúzott számok mindegyike páros;
 B : több páros szám lesz mint páratlan;
 C : a kihúzott számok a húzás sorrendjében növekednek.
- I.108 a.) Mennyi a valószínűsége, hogy egy négytagú társaságban legyen két ember, akinek azonos napra esik a születésnapja? (A szökőnapokra, február 29, 30, eső szülinapokkal most ne foglalkozunk!)
b.) Mekkora valószínűséggel lesz egy n tagú társaságban legalább két olyan személy, akik ugyanazon a napon ünneplik a szülinapjukat?
c.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy sorban kérdezve az embereket, az n -edik embernél tapasztaljuk először azt, hogy olyan napon ünnepel, ami már bementek korábban?
- I.109 Az 52 lapos francia kártyacsomagból 4 játékosnak leosztunk 13-13 lapot. Mekkora valószínűsége lesz, hogy
a.) mindenki kap ászt?
b.) csak i játékos kap ászt, $i = 1, 2, 3$?
- I.110 $2N$ db molekula mindegyike egymástól függetlenül, véletlenszerűen kerül be a T vagy S térrész valamelyikébe egyaránt $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ valószínűséggel.
Mennyi annak valószínűsége, hogy

- A : ugyanannyi molekula lesz T-ben, mint S-ben;
 B : T-ben több lesz mint S-ben;
 C : mindkét térrészben páros sok molekula lesz.
- I.111 Egy dobozban 10 golyó van, pirosak és kékek, mindkét színből legalább egy. Nem ismerjük a doboz tartalmát, bármely összetétel ugyanolyan valószínűségű. Kétszer húzunk a dobozból visszatevéssel, és mindkét golyó színe piros volt. Melyik összetétel a legvalószínűbb?
- I.112 Valaki feldob egy kockát, és ha az eredmény k , akkor k piros és $7 - k$ fehér golyót beletesz egy urnába. A dobás eredményét előttünk titokban tartja. Ezután 10-szer húz visszatevéssel az urnából, és a kihúzott golyó színét mindig megmondja. Ennek alapján kell eltalálni azt, hogy a kockán hányast dobott előzőleg. Hogyan tippeljünk? Mekkora esélyünk van a találatra?
- I.113 Egy dobozban 3 golyó van: piros, kék, sárga. Ötször húzunk visszatevéssel. Feltéve, hogy kéket is és sárgát is húzunk legalább kétszer, mennyi a valószínűsége, hogy egyszer sem húzunk pirosat?
- I.114 Egy dobozban N piros és M fehér golyó van. Visszatevés nélkül húzva, n húzásból k piros lett. Mennyi a valószínűsége, hogy az első húzás piros volt?
- I.115 Feldobunk egy szabályos kockát, majd egy szabályos érmét annyiszor, amennyit a kocka mutat.
a) mennyi a valószínűsége, hogy egyszer sem dobunk fejet;
b) feltéve, hogy egyszer sem dobunk fejet, mennyi a valószínűsége, hogy a kockával 6-ost dobtunk?
- I.116 Röntgenvizsgálat során 0,95 annak a valószínűsége, hogy tbc-s beteg betegségét felfedezik. Annak valószínűsége, hogy egy egészséges embert betegnek találjanak 0,001. A tbc-ben szenvedők aránya a lakosságon belül 0,0001. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az ember egészséges, ha átvilágításkor betegnek találták?
- I.117 A próbagyártás során két szempontból vizsgálják a késztermékeket. Az A esemény azt jelenti, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott mintadarab anyaghibás, a B pedig az az esemény, hogy a kiválasztott gyártmány mérrethibás. Tudjuk, hogy $\mathbf{P}(A) = 0,15$, $\mathbf{P}(B) = 0,3$ és $\mathbf{P}(AB) = 0,08$. Mennyi annak a valószínűsége, hogy valamelyik termék hibátlan?
- I.118 Mennyi $\mathbf{P}(A | \bar{B})$ ha $\mathbf{P}(A) = 0,6$, $\mathbf{P}(B) = 0,5$ és $\mathbf{P}(A + B) = 0,8$?
- I.119 Egy fekete és fehér golyókat tartalmazó urnából kihúzunk n db golyót. Jelentse azt az eseményt, hogy az i -edeiknek kihúzott golyó fehér. ($1 \leq i \leq n$). Fejezzük ki az A_i események segítségével az alábbi eseményeket:
 A Mindegyik golyó fehér”
 B Legalább egy golyó fehér”
 C Pontosan egy golyó fehér”
 D Mindegyik golyó ugyanolyan színű”
- I.120 Bizonyítsa be, hogy tetszőleges A, B eseményekre $(\mathbf{P}(AB))^2 + (\mathbf{P}(A\bar{B}))^2 + (\mathbf{P}(\bar{A}B))^2 + (\mathbf{P}(\bar{A}\bar{B}))^2 \geq 0,25$!
- I.121 Kettő sakkozna. Az A esemény akkor következik be, ha a világossal játszó nyer, a B esemény akkor, ha a sötéttel játszó másik., reminél pedig a C esemény következik be. Fogalmazzuk meg szavakban, mit jelentenek az alábbi események:
a.) $AB + \bar{A}\bar{B}$
b.) $\bar{A}\bar{B}$
c.) $A + B$
- I.122 Egy céltábla tíz koncentrikus körből áll és a sugarakra fennáll a $R_1 < R_2 < \dots < R_{10}$ reláció. A_k azt az eseményt jelenti, hogy egy lövés az R_k sugarú körbe esik. Fogalmazzuk meg szavakban, mit jelentenek az alábbi események:
 $B = A_1 + A_3 + A_6$, $C = A_2A_4A_6A_8$, $D = (A_1 + A_3)A_6$!
- I.123 Tegyük fel, hogy A, B $\frac{1}{2}$ valószínűségű események. Mutassuk meg, hogy ekkor $\mathbf{P}(AB) = \mathbf{P}(\bar{A} \cdot \bar{B})$!
- I.124 Bizonyítsa be, hogy tetszőleges A, B eseményekre $\mathbf{P}(\bar{A}B + A\bar{B}) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - 2\mathbf{P}(AB)$!
- I.125 Ha az A és B események közül az egyik feltétlenül bekövetkezik, $\mathbf{P}(A | B) = \frac{2}{3}$, $\mathbf{P}(B | A) = \frac{1}{3}$, mennyi a $\mathbf{P}(A)$ és $\mathbf{P}(B)$ valószínűség?
- I.126 Legyen $\mathbf{P}(A) = \frac{2}{3}$, $\mathbf{P}(A | B) = \frac{2}{3}$, $\mathbf{P}(B | A) = \frac{1}{3}$. Határozza meg a $\mathbf{P}(A + B)$ és $\mathbf{P}(\bar{A} | \bar{B})$ valószínűségeket!
- I.127 (De Méré lovag feladványa) Melyik eseménynek nagyobb a valószínűsége: hogy ”egy kockával négyszer dobva legalább egyszer hatost dobunk” (A), vagy annak, hogy ”két kockával huszonnégyyszer dobva legalább egyszer két hatosunk lesz” (B)?
- I.128 Egy urnából, ahol fehér és fekete golyók vannak, véletlenszerűen kivesszünk visszatevéssel két golyót. Bizonyítsuk be, hogy annak a valószínűsége, hogy a golyók ugyanolyan színűek, nem lehet kisebb mint 0,5.
- I.129 (Pólya-féle urnamodell) Egy urna r darab fekete és s darab fehér golyót tartalmaz. Véletlenszerűen kihúzunk egy golyót. A kihúzott golyót és még plusz c darab ugyanolyan színű golyót visszatesztünk az urnába. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az n -edik húzás után a -szor húztuk ki a fekete, és b -szer a fehér golyót? ($a + b = n$).
- I.130 Ha egy szabályos pénzérmét n -szer feldobunk, mennyi a valószínűsége, hogy k -val többször fogunk fejet kapni, mint írást? ($0 \leq k \leq n$).
- I.131 Egy minden oldalán befestett fakockát a lapokkal párhuzamos síkokban 1000 azonos méretű kis kockára fűrészelnék szét. A kapott kis kockákból véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége, hogy a kockának éppen k oldala festett? ($0 \leq k \leq 3$).
- I.132 Egy kalapban az angol ABC 26 betűje van. Visszatevéssel 11-szer húzva, a kihúzott betűket sorban egy

papírra felírva, mennyi a valószínűsége, hogy a kapott szóból legfeljebb két betűt felcserélve éppen a STATISZTIKA szó jön ki?

- I. 133 Egy szabályos érmevel n -szer dobva, mennyi a valószínűsége, hogy a fejdobások száma páratlan lesz?
- I. 134 Egy szabályos érmevel n -szer dobva, mennyi a valószínűsége, hogy
 - a.) először az n -edikre jön fej?
 - b.) ugyanannyi fejet dobunk, mint írást?
 - c.) pontosan két fejet dobunk?
 - d.) legalább két fejet dobunk?
- I. 135 Egy kalapban három cédula van, amelyekre az 1, 2, 3 számjegyek vannak felírva. Véletlenszerűen egyesével kihúzzuk a cédulákat. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a húzáskor lesz olyan cédula, amelyikre éppen az a szám van felírva, ahányadikként kihúztuk azt?
- I. 136 Feldobunk három szabályos pénzérmét. Mennyi a valószínűsége az A, B, C eseményeknek, ahol
 A : „legalább két érmevel fejet dobunk”,
 B : „pontosan két érmevel fejet dobunk”,
 C : „legfeljebb két érmevel fejet dobunk” ?
- I. 137 A 90/5 lottóhúzás előtt mennyi a valószínűsége, hogy $k = 1, 2, 3, 4, 5$ találatunk lesz?
- I. 138 Egy urnában fehér és fekete golyók vannak, melyeket egymás után visszatevés nélkül kihúzzunk. Az A vagy a B eseménynek nagyobb-e a valószínűsége, ahol A : „az első golyó fehér”, és B : „az utolsó golyó fehér” ?
- I. 139 Ha n egyforma ládába elhelyezünk n egyforma golyót úgy, hogy bármely ládába ugyanolyan valószínűséggel tesszük bármelyik golyót, mennyi a valószínűsége annak, hogy mindegyik ládában lesz golyó?
- I. 140 Egy 52 lapos francia kártyacsomagból 13 lapot találomra visszatevés nélkül kihúzzunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy
 - a.) a treff király a kihúzott lapok között lesz?
 - b.) pontosan két treff lesz a leosztott lapok közt?
 - c.) a treff király és a treff ász a kihúzott lapok közt van?
 - d.) van treff a leosztott lapok között?
- I. 141 Egymás után elhelyezünk $n + 1$ golyót n ládába. Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan két láda üresen marad?
- I. 142 Egy érmét n -szer feldobunk, a „fej” valószínűsége p . Jelöljük p_n -nel annak valószínűségét, hogy az n dobás során a páros számú fejet dobtunk. Mennyi p_n ?
- I. 143 Ha x és y két véletlenül választott 0 és 1 közé eső szám, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy $x + y < 1$ és $x \cdot y < 0.16$ lesz ?
- I. 144 (*A Buffon-tű probléma*, 1777) Egy szobában egymástól d távolságban párhuzamosan padlórések futnak. Leejtve egy $s < d$ hosszúságú tűt, mekkora a valószínűsége, hogy a tű éppen egy padlórést fog metszeni?
- I. 145 Válasszunk ki egy pontot véletlenszerűen az egységnégyzetben, melynek koordinátáit jelölje (a, b) . Tekintve a $p(x) = ax^2 - 2bx + 1$ polinomot, mekkora a valószínűsége annak, hogy a $p(x) = 0$ egyenletnek van valós gyöke?
- I. 146 Válasszunk ki egy pontot véletlenszerűen az egységnégyzetben, melynek koordinátáit jelölje (a, b) . Mekkora a valószínűsége annak, hogy a pont közelebb van a négyzet egy oldalához, mint egy átlójához?
- I. 147 Az egységintervallumban véletlenszerűen kijelölve két pontot, mekkora a valószínűsége, hogy a keletkező három szakaszból háromszög szerkeszthető?
- I. 148 Egy szobában egymástól d távolságban párhuzamosan padlórések futnak. Leejtve egy $s < d$ átmérőjű pénzdarabot, mennyi a valószínűsége, hogy a pénz éppen egy padlódeszka belsejébe esik, azaz nem metszi a padlórést?
- I. 149 Egy $d = 10$ cm oldalhosszúságú négyzetárcsos padlózatra leejtünk egy $s = 3$ cm átmérőjű pénzdarabot.
 - a.) Mennyi a valószínűsége, hogy a pénz teljes terjedelmével egy négyzet belsejébe fog esni?
 - b.) Mennyi a valószínűsége, hogy hússzor végrehajtva a kísérletet, az esemény éppen ötször következik be?
- I. 150 Egy $d = 10$ cm oldalhosszúságú négyzetárcsos padlózatra leejtünk egy $s = 3$ cm hosszú tűt. Mennyi a valószínűsége, hogy a tű teljes egészében egy négyzet belsejébe kerül?
- I. 151 Egy $a = 1, b = 2$ oldalhosszúságú téglalapon kiválasztunk egy pontot. Mennyi a valószínűsége, hogy a pont közelebb van egy csúcshoz, mint a középponthoz?
- I. 152 Ketten megbeszélnek, hogy de. 10 és 11 óra között egy meghatározott helyen találkozhatnak. Megállapodás szerint, aki korábban érkezik 20 percet vár a másikra, és csak azután távozik. Mennyi a találkozás valószínűsége, ha mindketten véletlenszerűen érkeznek?
- I. 153 Egy egységnyi hosszúságú szakaszon találomra választunk két pontot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy ezek közelebb vannak egymáshoz, mint bármelyik végponthoz?
- I. 154 Egy ötemeletes házban az emeletek között 6 m távolság van, a földszint és az első emelet között 8 m. Ha a liftajtó 2 m, mennyi a valószínűsége annak, hogy a lift megakadásakor az ajtót teljes egészében fal takarja?
- I. 155 Az ABCD egységnégyzeten véletlenszerűen kiválasztva egy pontot, mennyi a valószínűsége, hogy a pont közelebb lesz a négyzet középpontjához, mint az AB oldalhoz?
- I. 156 Egy egységnyi hosszú szakaszt eltörünk, majd a hosszabbik részt újból eltörjük. Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkező három szakaszból lehet háromszöget szerkeszteni?
- I. 157 Számoljuk ki annak feltételes valószínűségét, hogy két kockával dobva mindkét érték páros feltéve, hogy összegük legalább tíz!

- I. 158 A 32 lapos magyar kártyából három lapot húzunk egymás után visszatevés nélkül. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az első kihúzott lap hetes, a második kilences, a harmadik ismét hetes?
- I. 159 Egy rekeszben 15 teniszlabda van, melyek közül 9 még használatlan. Az első játékhoz kiveszünk taláalomra három labdát, majd a játék után visszarakjuk azokat a rekeszbe. (Nyilván, ha volt közöttük használatlan, az a játék során elveszti ezt a tulajdonságát.) A második játékhoz ismét taláalomra veszünk ki három labdát. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az utóbb kivett labdák mind még használatlanok lesznek?
- I. 160 Hat doboz mindegyikében hat-hat darab golyó van, melyek között rendre 1, 2, 3, 4, 5, 6 darab fehér színű található (a többi fekete). Egy dobozt véletlenszerűen kiválasztunk, majd abból visszatevéssel három golyót kihúzunk. Ha azt tapasztaljuk, hogy mindhárom golyó fehér színű, mennyi annak a valószínűsége, hogy a csupa fehér golyót tartalmazó dobozt választottuk ki előzőleg?
- I. 161 Mennyi $P(A|\bar{B})$, ha $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,5$ és $P(A+B) = 0,8$?
- I. 162 Két kockával dobunk. Mondjunk olyan eseményeket ezzel a kísérlettel kapcsolatban, amelyek függetlenek, és olyanokat amelyek nem függetlenek egymástól!
- I. 163 Az A és B események közül legalább az egyik mindig bekövetkezik. Ha $P(A|B) = 0,2$ és $P(B|A) = 0,5$, mennyi $P(A)$ és $P(B)$?
- I. 164 Három szabályos kockával dobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy van hatos értékünk, ha tudjuk, hogy mindegyik dobás páros lett?
- I. 165 Egy urnában b darab fekete és r darab fehér golyó van. Véletlenszerűen kihúznak egy golyót. A kihúzott golyót és még ugyanolyan színűből c darabot visszatesznek az urnába. A kísérlet eredményét nem ismerve, másodsorra mi húzunk az urnából. Feltéve, hogy a második húzáskor fekete golyót húzunk, mennyi a valószínűsége annak, hogy az első húzáskor is fekete volt az eredmény?
- I. 166 Három szabályos kockát feldobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobások között van hatos, ha mindegyik kockán különböző érték van?
- I. 167 Egy ládában 100 darab játékkocka van, melyek közül 99 teljesen szabályos, egy pedig hamis olyan értelemben, hogy vele mindig hatos dobható csak. Ha véletlenszerűen kiveszünk egy kockát a ládából és azt tízszer feldobva mindig hatost kapunk, mennyi a valószínűsége, hogy éppen a hamis kockát vettük ki előzőleg?
- I. 168 Két politikus x és y egymástól függetlenül hazudnak illetve mondanak igazat $2/3$ illetve $1/3$ valószínűséggel. Feltéve, hogy x azt állítja, hogy " y hazudik", mennyi a valószínűsége, hogy y igazat mond?
- I. 169 Két urna közül az egyikben n fekete és m fehér, a másikban N fekete és M fehér golyó van. Az elsőből taláalomra átrakunk egyet a másodikba, majd onnan taláalomra vissza veszünk egyet. Megint az elsőből húzva, mennyi a valószínűsége a fehérnek?
- I. 170 Egy kalapban tíz cédula van, melyekre a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek vannak felírva. Visszatevéssel kiveszünk két cédulát. Jelölje Y a számjegyek összegét, X pedig a számjegyek szorzatát. Adjuk meg a $P(Y = i \mid X = 0)$ valószínűségeket! ($i = 0, 1, \dots, 18$).
- I. 171 Egy perzsa sah egyszer egy elítéltnak azt mondta, hogy tetszés szerint elhelyezhet 50 fehér és 50 fekete golyót két egyforma vázába. Az egyikből majd a sah kihúz egy golyót, és ha az fehér, megkegyelmez. Ha viszont a kihúzott golyó fekete, vagy kiderül, hogy nem mindegyik golyó volt a vázába berakva, esetleg a kiválasztott vázában nem volt semmilyen golyó, az ítélet halál. Hogyan kell szétosztania az elítéltnak a golyókat, hogy a megkegyelmezés valószínűsége maximális legyen?
- I. 172 A bináris szimmetrikus csatorna egy olyan bináris bemenetű és bináris kimenetű csatorna, melynek minden bemenete $p = 0,01$ valószínűséggel az ellenkezőjére vált a kimenetkor. A 0 forrásbitet 000-val, az 1 forrásbitet 111-gyel küldjük át. A dekódoló többségi döntést hoz. Ha a 0 és 1 forrásbitek előfordulásának egyaránt 0,5 a valószínűsége, akkor adja meg a dekódolás hibavalószínűségét!
- I.173 Mekkora valószínűséggel lehet a kihúzott lottószámok között több ötten osztható, mint 6-tal osztható?
- I.174 A 32 lapos magyar kártyacsomagból visszatevés nélkül háromszor kiválasztunk 3-3 lapot. Egy kiválasztás során kivett három lapot a következő kiválasztáskor nem tesszük vissza. Mennyi a valószínűsége, hogy mindhárom választáskor van a kiválasztott lapok között ász?
- I.175 Kilenc kartonlapra három színnel (piros, kék, zöld) felírjuk az 1, 2, 3 számjegyeket, majd a kartonokat összekeverve belerakjuk egy kalapba. Ezután visszatevés nélkül addig húzunk egyenként a kartonokat, míg piros színű számot nem kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy az így kihúzott kartonok között van hármas?
- I.176 Kilenc kartonlapra három színnel (piros, kék, zöld) felírjuk az 1, 2, 3 számjegyeket, majd a kartonokat összekeverve belerakjuk egy kalapba. Ezután visszatevéssel addig húzunk egyenként a kartonokat, míg piros színű számot nem kapunk. Mennyi a valószínűsége, hogy az így kihúzott kartonok között van hármas?
- I.177 Egy dobozban kilenc golyó van, 3 fehér, 3 zöld és 3 piros. Egyesével addig húzunk visszatevés nélkül a dobozból, amíg piros golyót nem kapunk. Mekkora valószínűséggel lesz a kihúzott golyók között zöld színű?
- I.178 Két pontot véletlenszerűen egymástól függetlenül kiválasztunk az egységnégyzeten. Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább az egyik pont távolabb lesz a négyzet középpontjától mint $\frac{1}{4}$?
- I.179 Az egységintervallumon véletlenszerűen, egymástól függetlenül kiválasztunk 10 pontot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy lesz közöttük olyan pont, amely az intervallum felezőpontjától $\frac{1}{3}$ -nál távolabb esik?
- I.180 Az $ABCD$ egységnégyzet CD oldalán taláalomra kiválasztunk egy E pontot. Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkezett AED háromszög területe nagyobb lesz $\frac{1}{3}$ -nál?
- I.181 Egy kalapban 5 piros és 5 fehér golyó van. Visszatevés nélkül egymás után kihúzunk 3 golyót. Mekkora

- valószínűséggel lesz a harmadik húzás színe piros, ha az első két húzás színe megegyezett?
- I.182 Egy ládában 20 darab játékkocka van, melyek közül 19 teljesen szabályos, egy pedig hamis olyan értelemben, hogy vele 90%-os valószínűséggel dobható hatos. Ha véletlenszerűen kivesszünk egy kockát a ládából és azt négyszer feldobva mindig hatost kapunk, mennyi a valószínűsége, hogy éppen a hamis kockát vettük ki előzőleg?
- I.183 Egy gépjármű-biztosítótársaság az ügyfeleit három osztályba sorolja: jó vezető, átlagos vezető, rossz vezető. A társaság tapasztalata alapján a jó, átlagos és rossz vezetők 0,01, 0,1, illetve 0,25 eséllyel lesznek baleset részesei egy év alatt. Hogyha az ügyfelek 15%-a jó vezető, 55%-a átlagos vezető, és 30%-a rossz vezető, hány százalékuk lesz baleset részese a jövő év folyamán? Hogyha egy adott ügyfélnek nem volt tavaly balesete, milyen valószínűséggel rossz vezető?
- I.184 Két urna közül az egyikben 5 fekete és 7 fehér, a másikban 3 fekete és 8 fehér golyó van. Az elsőből találomra átrakunk kettőt a másodikba, majd onnan találomra vissza veszünk egyet. Megint az elsőből húzva egyet, mennyi a valószínűsége a fehérnek?
- I.185 András és Béla játszanak. Ismételten egyszerre feldobnak három kockát. Ha páros értékű dobásból van több, akkor András fizet 100 Ft-ot Bélának, ellenkező esetben Béla fizet 100 forintot Andrásnak. Kezdetben mindkettőjüknek 500 Ft-ja volt. A játék akkor fejeződik be, ha valamelyik játékosnak elfogy a pénze. Jelölje X a játék során végrehajtott dobások számát! Adja meg az X eloszlását!
- I.186 Egy halastóban 1000 db hal van. Egyik nap kihalásznak közülük 100-at. Ezeket valamilyen módon megjelölik, majd visszadobják őket. Másnap megint kihalásznak 100 halat. Mekkora valószínűséggel lesz közöttük legalább 3 megjelölt hal?
- I.187 Hány dobókocka esetén lesz a legnagyobb a valószínűsége annak, hogy pontosan egy hatos van a dobott számok között?
- I.188 Egy üzemben három gép dolgozik. Az első a termelés 25%-át adja és 5%-os selejttel dolgozik. A második 35%-ot termel és 4%-os selejtet ad, a harmadik pedig 40%-ot ad 2%-os selejttel. A termékek közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet véletlenszerűen, és azt tapasztaljuk, hogy selejtes. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott terméket az első gépen gyártották?
- I.189 Egy urnában 3 piros és 7 fekete golyó van. András és Béla visszatevés nélkül felváltva húznak az urnából egészen addig, amikor először piros golyó kerül elő. Ha András húzott először, mennyi a valószínűsége, hogy ő húz először piros golyót?