1. Ismertesse az egymintás *u*-próbát! (Milyen feltételek mellett alkalmazható? Milyen nullhipotézis tesztelésére alkalmazható? Mi a próbastatisztika, ami alapján döntünk? Hogyan végezzük el a döntést? Hogyan határozzuk meg a kritikus értéket? Mondjon egy gyakorlati példát az alkalmazására.)

VÁLASZ: Adott egy n-elemszámú minta, aminek eloszlásáról feltesszük, hogy ismert $\sigma_0 > 0$ szórású normális eloszlásból származik. Ellenőrizni akarjuk azt a nullhipotézist, hogy a minta várható értéke megegyezik-e egy hipotetikus μ_0 értékkel. Amennyiben igaz a nullhipotézis, akkor az $u = \frac{\bar{x}_n - \mu_0}{\sigma_0}\sqrt{n}$ próbastatisztika standard normális eloszlást követ. A képletben $\bar{x}_n$ jelöli a mintaátlagot. Adott ε szignifikancia szinthez meghatározható a $\Phi(u_\varepsilon) = 1 - \frac{\varepsilon}{2}$ összefüggés alapján az u_ε kritikus érték. Amennyiben az *u* statisztika számított értéke abszolút értékben kisebb mint a kritikus érték, a nullhipotézist az adott szinten elfogadjuk, különben elvetjük. A próba elsőfajú hibája ε. A teszttel például dönteni lehet arról, hogy egy adott élelsmiszeripari termék (pl. jughurt) zsírtartalma az előírt értékkel egyezik-e. Ilyenkor σ_0 a mérési pontosságot mutatja, ami a mérőműszer sajátossága.

2. Ismertesse a polinomiális regressziót! (Mi a függvénykapcsolat, amit keresünk? Hogyan vezethető vissza a többváltozós lineáris problémára a feladat? Milyen módszerrel határozzuk meg a polinóm együtthatóit?) Másodrendű esetben vezesse le, hogyan becsüljük az együtthatókat a mintából.

VÁLASZ: A keresett függvénykapcsolat: $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_px^p$. Többváltozós lineáris regresszióra úgy lehet visszavezetni, hogy a p változó helyére x hatványait tesszük: $x_1 = x, x_2 = x^2, \ldots, x_p = x^p$. Az összefüggés együtthatóit a legkisebb négyzetek módszerével határozzuk meg úgy, hogy minimalizáljuk az

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \cdots + a_px_i^p)) \to \min_{a_0,a_1,\ldots,a_p}$$

kifejezést. Másodrendű esetben háromváltozós szélsőértékszámítás problémáról van szó, ami egybeesik a

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 \\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^3 \\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^3 & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \cdot x_i \\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i \cdot x_i^2 \end{pmatrix}$$

lineáris egyenletrendszer megoldásával.