Diszkrét matematika
3. gyakorlat

1. Milyen feszítőfát kaphatunk a G gráf szélességi bejárása esetén,
a) ha $G = K_n$, azaz n pontú teljes gráf?
b) ha $G = K_{n,m}$, azaz (n, m) pontú teljes páros gráf?

2. Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával:
$a : b, c$
$b : a, d$
$c : a, d$
$d : b, c, e, f$
$e : d, f, g$
$f : d, e, g, h$
$g : e, f, h$
$h : f, g$
Keressünk G-ben a-ból, illetve d-ből kiinduló szélességi feszítőfát.

3. Egy teljes gráf ponthalmaza $\{x_1, x_2, \ldots, x_s, y_1, y_2, \ldots y_t\}$. Az (x_i, x_j) élek költsége 1 Ft, az (y_i, y_j) éleké 2 Ft, az (x_i, y_j) éleké 3 Ft. Mennyibe kerül a legolcsóbb feszítőfa?

4. Bizonyítsuk be, hogy minden összefüggő gráfban található olyan csúcs, amit a gráfból (a hozzá vezető élekkel együtt) törölve a gráf összefüggő marad.

5. Legyen G egy irányítatlan összefüggő gráf. Igaz-e, hogy
a) G minden f éléhez van G-nek olyan szélességi bejárása, amelyben f faél?
b) G bármely két csatlakozó éléhez van G-nek olyan szélességi bejárása, amelyben mindkét él faél?
c) G bármely két éléhez van G-nek olyan szélességi bejárása, amelyben mindkét él faél?
d) G minden F feszítőfájához van G-nek olyan szélességi bejárása, amelyben F minden éle faél?

6. Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával (zárójelben a költségek):
$a : b(2), c(3)$
$b : a(2), d(2)$
$c : a(3), d(1)$
$d : b(2), c(1), e(2), f(4)$
$e : d(2), f(1), g(2)$
$f : d(4), e(1), g(2), h(1)$
$g : e(2), f(2), h(3)$
$h : f(1), g(3)$
Keressünk G-ben minimális költségű feszítőfát Kruskal algoritmusával.