

Diszkrét matematika

1. gyakorlat

1. a) A hét törpe minden este más sorrendben szeretne sorban állni, mikor Hófehérke a vacsorát osztja. Hányféleképpen tehetik ezt meg?

b) Egy versenyen 57-en indulnak; az újságok az első hat helyezett nevét közlik. Hányféle lehet ez a lista?

c) Egy gimnazista bizonyítványában 3 db 2-es, 2 db 3-as, 2 db 4-es és 5 db 5-ös szerepel. Hányféle sorrendben írhatja fel a jegyeket egy papírra, ha nem írja melléjük, hogy melyik tárgyból kapta őket?

d) A biciklis klub tagjai négyjegyű tagsági számokat kapnak. De a biciklisták babonások, félnek a 8-astól. Hány olyan tagsági szám lehet, amiben nincs 8-as (de 0-val kezdődhet)?

e) Hány ötöslottó szelvényt kell kitöltenünk, hogy biztosan legyen telitalálatosunk? És hatoslottó szelvényt? Mi a helyzet a totóval?

f) Hány darab $m \times n$ -es 0-1 mátrix van?

g) Margit néni minden héten 20 lottószelvénnel lottózik. Hányféleképpen töltheti ki egy héten a szelvényeit, ha persze nem akar két ugyanolyan szelvényt bedobni?

h) Egy 15 tagú klub elnököt, titkárt és jegyzőt választ. Hányféleképpen tehetik ezt?

i) És ha a népszerű Kovács úrnak mindenképpen szeretnének valamilyen tisztséget adni?

j) Egy gimnáziumban 16 osztály van, az osztálylétszám mindenütt 40. Mindegyik osztály 5 tagú küldöttséget küld az iskolai diákbizottságba. Hányféle lehet a diákbizottság összetétele?

2. Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?

3. Egy n elemű halmaz páros vagy páratlan elemszámú részhalmazai közül van több?

4.
$$\binom{n}{0} + 2 \cdot \binom{n}{1} + 4 \cdot \binom{n}{2} + 8 \cdot \binom{n}{3} + \dots + 2^n \cdot \binom{n}{n} = ?$$

5. a) Anagrammának nevezzük egy szó betűi összekeverésével keletkező, esetleg értelmetlen szót. Hány anagramma készíthető a következő szavakból: VADKÖRTE, KEMENCE, TAKTIKA, TARTHATATLAN.

b) Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben pontosan egy 5-ös számjegy szerepel?

c) Hány olyan tízjegyű szám van, amelyben legalább egy 5-ös számjegy szerepel?

d) Egy számkombinációs zárat 5 darab különböző, 1 és 20 közötti szám begépelésével lehet kinyitni, de tudjuk, hogy a számok növekvő sorrendben vannak. Hány ilyen kombináció van?

e) 5 házaspár ül egy padon. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni?

6. Feldobunk tíz egyforma dobókockát. Hányféle lehet az eredmény?

7. Egy alkalommal Sherlock Holmes és Dr. Watson közösen látogattak el egy (velük együtt) tíz tagú társaságba. Dr. Watson – talán unatkozott – mindenkitől megkérdezte, hogy hány embert ismer a többiek közül (az ismeretségek kölcsönösek). Végül megmutatta a tíz választ Holmesnak: 2, 2, 7, 4, 3, 5, 6, 2, 6, 2. A nagy detektív mélyet szívott a pipájából, majd azt mondta:

– Valaki tévedett, vagy – ami rosszabb – szándékosan hazudott.

Honnan tudta?