

Alapfogalmak: axiómák, események, valószínűség, feltételes valószínűség, klasszikus valószínűség, geometriai valószínűség.

- Bizonyítsa be, hogy minden $A, B, C \in \mathfrak{F}$ esetén $\mathbf{P}(AB) + \mathbf{P}(AC) - \mathbf{P}(BC) \leq \mathbf{P}(A)$!
 - Igazolja, hogy tetszőleges A, B, C eseményekre $\mathbf{P}(A \setminus B \setminus C) + \mathbf{P}(AC \setminus B) = \mathbf{P}(A \setminus B) + \mathbf{P}(AC)$!
- Három kockával dobunk. A : „az összeg 7”, B : „mindegyik páros”, C : „van közöttük hármas”. Számolja ki a $\mathbf{P}(A \cdot (B + \bar{C}))$ és $\mathbf{P}((A + C)\bar{B})$ valószínűségeket!
- Az ötöslottó esetében mennyi a valószínűsége annak, hogy a következő heti lottószámok legnagyobbika kisebb lesz, mint a rákövetkező hét kihúzott számainak legkisebbike?
 - Mennyi a valószínűsége annak, hogy a lottón a kihúzott öt szám közül nagyság szerint a középső 50-nél kisebb?
 - Mennyi a valószínűsége annak, hogy a lottóhúzásnál a kihúzott legnagyobb és legkisebb szám különbsége éppen k ? ($4 \leq k \leq 89$).
- Egy 10 cm oldalhosszúságú négyzetrácsos hálózatra leejtünk egy 3 cm átmérőjű köralakú pénzdarabot. Mennyi a valószínűsége, hogy a pénzdarab egy négyzet csúcsát fedi le?
- A $(0, 2)$ és $(0, 3)$ szakaszokon választunk taláломra egy-egy pontot, legyenek ezek x és y . Mennyi a valószínűsége, hogy az x, y és 1 hosszúságú szakaszból szerkeszthető háromszög?
- A $[0, 1]$ intervallumon taláломra kiválasztunk két számot. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyik szám több mint kétszerese lesz a másiknak?
- Egy szabályos dobókockával addig dobok, amíg ötöst nem kapok. Mennyi a valószínűsége, hogy ezalatt nem dobunk hatost?
- András, Béla és Csaba sorsot húznak. Névsor szerint haladva visszatevés nélkül kivesznek egy-egy golyót egy dobozból, melyben eredetileg két fehér és egy fekete színű golyó volt. Az veszít, aki a feketét húzza. A húzást addig folytatják, amíg valakihez nem kerül a fekete golyó. Kinek mennyi rá az esélye?
 - Mi a feladat megoldása, ha a dobozban eredetileg 5 fehér és egy fekete golyó volt?
 - Mi a megoldás 7 fehér és egy fekete golyó esetében?
- Egy lakótelepen csótányirtást végeztek. Az első vegykezelés még a csótányok 60%-át irtja ki, de utána a csótányok egyre inkább immunissá válnak, így másodsorra már csak 40%-uk, harmadszorra pedig csak 20%-uk pusztul el. Mennyi a valószínűsége, hogy egy megjelölt csótány
(a) átvészeli a teljes eljárást?

- (b) az utolsó irtáskor pusztul el?
 (c) túléli a kezelést, ha az első kezelés után még látták élve?
10. Egy gépjármű-biztosítótársaság az ügyfeleit három osztályba sorolja: jó vezető, átlagos vezető, rossz vezető. A társaság tapasztalata alapján a jó, átlagos és rossz vezetők 0.05, 0.15, illetve 0.3 eséllyel lesznek baleset részesei egy év alatt. Hogyha az ügyfelek 20%-a jó vezető, 50%-a átlagos vezető, és 30%-a rossz vezető, hány százalékuk lesz baleset részese a jövő év folyamán? Hogyha egy adott ügyfélnek nem volt tavaly balesete, milyen valószínűséggel jó, átlagos illetve rossz vezető?
 11. Legyenek az A és B független események, C pedig mindkettőjüket kizáró esemény. $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(B) = \mathbf{P}(C) = \frac{1}{3}$. $\mathbf{P}(\bar{A} + B + C) = ?$
 12. Egy dobozban 10 golyó van, pirosak és kékék, mindkét színből legalább egy. Nem ismerjük a doboz tartalmát, bármely összetétel ugyanolyan valószínűségű. Kétszer húzunk a dobozból visszatevéssel, és mindkét golyó színe piros volt. Melyik összetétel a legvalószínűbb?
 13. Egy egységnyi hosszú szakaszt eltörünk, majd a hosszabbik részt újból eltörjük. Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkező három szakaszból lehet háromszöget szerkeszteni?
 14. Egy perzsa sah egyszer egy elítéltnek azt mondta, hogy tetszés szerint elhelyezhet 50 fehér és 50 fekete golyót két egyforma vázába. Az egyikből majd a sah kihúz egy golyót, és ha az fehér, megkegyelmez. Ha viszont a kihúzott golyó fekete, vagy kiderül, hogy nem mindegyik golyó volt a vázába berakva, esetleg a kiválasztott vázában nem volt semmilyen golyó, az ítélet halál. Hogyan kell szétosztania az elítéltnek a golyókat, hogy a megkegyelmezés valószínűsége maximális legyen?
 15. Egy rekeszben 15 teniszlabda van, melyek közül 9 még használatlan. Az első játékhoz kiveszünk taláalomra három labdát, majd a játék után visszarakjuk azokat a rekeszbe. (Nyilván, ha volt közöttük használatlan, az a játék során elveszti ezt a tulajdonságát.) A második játékhoz ismét taláalomra veszünk ki három labdát. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az utóbb kivett labdák mind még használatlanok lesznek?